Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра экономико-математических методов и статистики

Ч48.я7
П168

Практикум по численным методам и положение о вычислительной практике

(Для студентов специальностей «Статистика» и «Математические методы в экономике»)

Челябинск
Издательство ЮУрГУ
2007

ББК Ч481.266.3.я7
П168

Одобрено
учебно-методической комиссией факультета экономики и управления

Рецензенты: А.Д. Липенков, А.Н. Тырсин

П168 **Практикум по численным методам и положение о вычислительной практике.** (Для студентов специальностей «Статистика» и «Математические методы в экономике») / составитель Т.А. Панюкова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – 45 с.

Практикум содержит варианты заданий по дисциплине «Численные методы», читаемой студентам специальностей 061700 (080601) – «Статистика» и 061800 (080116) – «Математические методы в экономике». Набор задач используется для выполнения лабораторных работ. Практикум может быть полезен также студентам других специальностей, имеющих в своем учебном плане данную дисциплину, и содержит информацию по организации и содержанию вычислительной практики.

ББК Ч481.266.3.я7

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Вычислительная математика является одной из основных дисциплин, необходимых для подготовки специалистов, работающих в различных областях.

При изучении многих физических явлений, технологических процессов различных областей науки и техники, а также процессов, наблюдаемых в экономике, экологии и других социальных науках, часто не удается найти закон, связывающий рассматриваемые величины, т.е. зачастую возникает необходимость решения задачи, не допускающей аналитического решения. Например, эта проблема может возникнуть при решении систем дифференциальных уравнений, описывающих динамические модели сложных технических систем, модели микро- или макроэкономики, динамики малого предприятия и т.п.

Основным инструментом для решения сложных математических задач в настоящее время являются численные методы, позволяющие свести решение задачи к выполнению конечного числа арифметических действий над числами; при этом результаты получаются в виде числовых значений. Численные методы используются при постановке и решении прикладных задач с помощью математических моделей и компьютера, при создании и применении пакетов стандартных программ в инженерно-экономической деятельности, а также в других областях научной и практической работы: статистике, медицине, лингвистике и т. д.

Целью изучения дисциплины «Численные методы» является освоение основных идей методов, особенностей областей применения и методики их использования как готового инструмента практической работы при проектировании и разработке систем математического обеспечения, математической обработки данных экономических и других задач, построения алгоритмов и организации вычислительных процессов на персональных компьютерах.

В процессе изучения дисциплины студент должен освоить приемы и навыки вычислительных процедур, научиться выбирать оптимальный метод решения данной задачи, оценивать точность полученного численного решения.

Из большого многообразия известных численных методов пособие ограничено следующими темами: элементарная теория погрешностей; интерполяция функций; решение нелинейных уравнений; решение систем линейных и нелинейных уравнений; нахождение собственных чисел матрицы; решение дифференциальных уравнений.

Для изучения курса «Численные методы» необходимо усвоение всех разделов дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика», «Линейная алгебра». Сам курс является основой при изучении дисциплин «Методы оптимизации», «Математическая экономика», а также дисциплин, изучающих языки программирования.

Пособие позволяет преподавателю выдать индивидуальное задание каждому студенту из группы в 20 человек. Все задания имеют одинаковую степень сложности. Предлагаемые задачи могут быть выполнены как на лабораторных работах, так и в режиме самостоятельной работы.

Задание 1. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Задача 1

1. Определить, какое равенство точнее.
2. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки:
   а) в узком смысле;
   б) в широком смысле.

Определить абсолютную погрешность результата.

3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:
   а) в узком смысле;
   б) в широком смысле.

Варианты

1. 1) $\sqrt{44} = 6,63$; $\frac{19}{41} = 0,463$. 2) а) $22,553(\pm 0,016)$; б) $2,8546; \delta = 0,3\%$. 3) а) 0,2387; б) 42,884.	**5.** 1) $\sqrt{83} = 9,11$; $\frac{6}{11} = 0,545$. 2) а) $21,68563; \quad \delta = 0,3\%$; б) $3,7834(\pm 0,0041)$. 3) а) 41,72; б) 0,678.
2. 1) $\sqrt{10,5} = 3,24$; $\frac{4}{17} = 0,235$. 2) а) $34,834; \quad \delta = 0,1\%$; б) $0,5748(\pm 0,0034)$. 3) а) 11,445; б) 2,043.	**6.** 1) $\sqrt{44} = 6,63$; $\frac{21}{29} = 0,723$. 2) а) $0,3567; \quad \delta = 0,042\%$; б) $13,6253(\pm 0,0021)$. 3) а) 18,357; б) 2,16.
3. 1) $\sqrt{4,8} = 2,19$; $\frac{6}{7} = 0,857$. 2) а) $5,435(\pm 0,0028)$; б) $10,8441; \delta = 0,5\%$. 3) а) 8,345; б) 0,288.	**7.** 1) $\sqrt{31} = 5,56$; $\frac{13}{17} = 0,764$. 2) а) $3,6878(\pm 0,0013)$; б) $15,873; \delta = 0,42\%$. 3) а) 14,862; б) 8,73.
4. 1) $\sqrt{22} = 4,69$; $\frac{2}{21} = 0,095$. 2) а) $2,4543(\pm 0,0032)$; б) $24,5643; \delta = 0,1\%$. 3) а) 0,374; б) 4,348.	**8.** 1) $\sqrt{30} = 5,48$; $\frac{7}{15} = 0,467$. 2) а) $17,2834; \quad \delta = 0,3\%$; б) $6,4257(\pm 0,0024)$. 3) а) 3,751; б) 0,537.

9. 1) $\sqrt{18}=4,24$; $\frac{17}{11}=1,545$. 2) а) $24,3618$; $\delta=0,22\%$; б) $0,8647(\pm 0,0013)$. 3) а) 2,4516; б) 0,863.	**15.** 1) $\sqrt{6,8}=2,61$; $\frac{12}{11}=1,091$. 2) а) $8,24163$; $\delta=0,2\%$; б) $0,12356(\pm 0,00036)$. 3) а) 12,45; б) 3,4453.
10. 1) $\sqrt{14}=3,74$; $\frac{49}{13}=3,77$. 2) а) $83,736$; $\delta=0,085\%$; б) $5,6483(\pm 0,0017)$. 3) а) 5,6432; б) 0,00858.	**16.** 1) $\sqrt{9,8}=3,13$; $\frac{19}{41}=0,463$. 2) а) $23,574$; $\delta=0,2\%$; б) $8,3445(\pm 0,0022)$. 3) а) 20,43; б) 0,576.
11. 1) $\sqrt{12}=3,46$; $\frac{19}{12}=1,58$. 2) а) $0,096835$; $\delta=0,32\%$; б) $4,88445(\pm 0,00052)$. 3) а) 12,688; б) 4,636.	**17.** 1) $\sqrt{52}=7,21$; $\frac{17}{19}=0,895$. 2) а) $13,537(\pm 0,0026)$; б) $7,521; \delta=0,12\%$. 3) а) 0,5746; б) 236,58.
12. 1) $\sqrt{22}=4,69$; $\frac{18}{7}=2,57$. 2) а) $46,453$; $\delta=0,15\%$; б) $0,39642(\pm 0,00022)$. 3) а) 15,644; б) 6,125.	**18.** 1) $\sqrt{27}=5,19$; $\frac{50}{19}=2,63$. 2) а) $1,784(\pm 0,0063)$; б) $0,85637; \delta=0,21\%$. 3) а) 0,5746; б) 236,58.
13. 1) $\sqrt{11}=3,32$; $\frac{16}{7}=2,28$. 2) а) $24,3872$; $\delta=0,34\%$; б) $0,75244(\pm 0,00013)$. 3) а) 16,383; б) 5,734.	**19.** 1) $\sqrt{13}=3,60$; $\frac{7}{22}=0,318$. 2) а) $27,1548(\pm 0,0016)$; б) $0,3945; \delta=0,16\%$. 3) а) 0,3648; б) 21,7.
14. 1) $\sqrt{10}=3,16$; $\frac{15}{7}=2,14$. 2) а) $2,3485(\pm 0,0042)$; б) $0,34484; \delta=0,4\%$. 3) а) 2,3445; б) 0,745.	**20.** 1) $\sqrt{18}=4,24$; $\frac{17}{11}=1,545$. 2) а) $0,8647(\pm 0,0013)$; б) $243618; \delta=0,22\%$. 3) а) 2,4516; б) 0,863.

Задача 2

1. Вычислить и определить погрешности результата.
2. Вычислить и определить погрешности результата.
3. Вычислить, пользуясь правилами подсчета цифр.

Варианты

Вариант 1	**080116**	**080601**
1) $X = \dfrac{ab}{\sqrt[3]{c}}$		
a	$3,85(\pm 0,01)$	$4,16(\pm 0,005)$
b	$2,0435(\pm 0,0004)$	$12,163(\pm 0,002)$
c	$962,6(\pm 0,1)$	$55,18(\pm 0,01)$
2) $X = \left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$		
a	$4,3(\pm 0,05)$	$5,2(\pm 0,04)$
b	$17,21(\pm 0,02)$	$15,32(\pm 0,01)$
c	$8,2(\pm 0,05)$	$7,5(\pm 0,05)$
m	$12,417(\pm 0,003)$	$21,823(\pm 0,002)$
n	$8,37(\pm 0,005)$	$7,56(\pm 0,003)$
3) $X = \dfrac{h^2}{18} : \dfrac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}$		
a	1,141	2,234
b	3,156	4,518
h	1,14	4,48
Вариант 2	**080116**	**080601**
1) $X = \dfrac{\sqrt{a}b}{c}$		
a	$228,6(\pm 0,06)$	$315,6(\pm 0,05)$
b	$86,4(\pm 0,02)$	$72,5(\pm 0,03)$
c	$68,7(\pm 0,05)$	$53,8(\pm 0,04)$
2) $X = \dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$		
a	$13,5(\pm 0,02)$	$18,5(\pm 0,03)$
b	$3,7(\pm 0,02)$	$5,6(\pm 0,02)$
m	$4,22(\pm 0,004)$	$3,42(\pm 0,003)$
c	$34,5(\pm 0,02)$	$26,3(\pm 0,01)$
d	$23,725(\pm 0,005)$	$14,782(\pm 0,006)$

3) $X = \dfrac{(a+b)h^3}{4} + \dfrac{(a+b)h}{12}$		
a	8,53	6,44
b	6,271	5,323
h	12,48	15,44
Вариант 3	**080116**	**080601**
1) $X = \dfrac{\sqrt{ab}}{c}$		
a	$3,845(\pm 0,004)$	$4,632(\pm 0,003)$
b	$16,2(\pm 0,05)$	$23,3(\pm 0,04)$
c	$10,8(\pm 0,1)$	$11,3(\pm 0,06)$
2) $X = \dfrac{m(a+b)}{(c-d)^2}$		
a	$2,754(\pm 0,001)$	$3,236(\pm 0,002)$
b	$11,7(\pm 0,04)$	$15,8(\pm 0,03)$
m	$0,56(\pm 0,005)$	$0,64(\pm 0,004)$
c	$10,536(\pm 0,002)$	$12,415(\pm 0,003)$
d	$6,32(\pm 0,008)$	$7,18(\pm 0,006)$
3) $X = \dfrac{(a+b)^2}{2h} + \dfrac{(a^2+b^2)h}{5}$		
a	0,562	0,834
b	0,2518	0,3523
h	0,68	0,74
Вариант 4	**080116**	**080601**
1) $X = \dfrac{a^2 b}{c}$		
a	$3,456(\pm 0,002)$	$1,245(\pm 0,001)$
b	$0,642(\pm 0,0005)$	$0,121(\pm 0,0002)$
c	$7,12(\pm 0,004)$	$2,34(\pm 0,003)$
2) $X = \dfrac{m(a+b)}{\left(\sqrt{c-d}\right)}$		
a	$23,16(\pm 0,02)$	$17,41(\pm 0,01)$
b	$8,23(\pm 0,005)$	$1,27(\pm 0,002)$
c	$145,5(\pm 0,08)$	$342,3(\pm 0,04)$
d	$28,6(\pm 0,1)$	$11,7(\pm 0,1)$
m	$0,28(\pm 0,006)$	$0,71(\pm 0,003)$

3) $X = \frac{h}{3} \cdot S\left(1 + \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2}\right)$		
a	8,51	5,71
A	23,42	32,17
S	45,8	51,7
h	3,81	2,42
Вариант 5	**080116**	**080601**
1) $X = \frac{ab^3}{c}$		
a	$0,643(\pm 0,0005)$	$0,142(\pm 0,0003)$
b	$2,17(\pm 0,002)$	$1,71(\pm 0,002)$
c	$5,843(\pm 0,001)$	$3,727(\pm 0,001)$
2) $X = \frac{c(a-b)}{\sqrt{m+n}}$		
a	$27,16(\pm 0,006)$	$15,71(\pm 0,005)$
b	$5,03(\pm 0,01)$	$3,28(\pm 0,02)$
c	$3,6(\pm 0,02)$	$7,2(\pm 0,01)$
m	$12,375(\pm 0,004)$	$13,752(\pm 0,001)$
n	$86,2(\pm 0,05)$	$33,7(\pm 0,03)$
3) $X = \frac{h^2}{18} \cdot \left(\frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}\right)$		
h	21,1	17,8
a	22,08	32,47
b	31,11	11,42
Вариант 6	**080116**	**080601**
1) $X = \frac{ab}{c^2}$		
a	$0,3575(\pm 0,0002)$	$0,1756(\pm 0,0001)$
b	$2,63(\pm 0,01)$	$3,71(\pm 0,03)$
c	$0,854(\pm 0,0005)$	$0,285(\pm 0,0002)$
2) $X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$		
a	$16,342(\pm 0,001)$	$12,751(\pm 0,001)$
b	$2,5(\pm 0,03)$	$3,7(\pm 0,02)$
c	$38,17(\pm 0,002)$	$23,76(\pm 0,003)$
d	$9,14(\pm 0,005)$	$8,12(\pm 0,004)$
m	$3,6(\pm 0,04)$	$1,7(\pm 0,01)$

3) $X=\frac{1}{6}\pi h\left(3a^2+h^2\right)$		
a	2,456	7,751
h	1,76	3,35
Вариант 7	**080116**	**080601**
1) $X=\frac{\pi^2}{4}Dd^2$		
π	3,14	3,14
D	$54(\pm 0,5)$	$72(\pm 0,3)$
d	$8,235(\pm 0,001)$	$3,274(\pm 0,002)$
2) $X=\frac{1}{64}\pi\sqrt{D^4-d^4}$		
D	$36,5(\pm 0,1)$	$41,4(\pm 0,2)$
d	$26,35(\pm 0,005)$	$31,75(\pm 0,003)$
π	3,14	3,14
3) $X=c^2\left(1+\frac{2\beta}{c}+\frac{\gamma^2}{c^2}\right)$		
c	2,435	7,834
β	0,15	0,21
γ	1,27	3,71
Вариант 8	**080116**	**080601**
1) $X=\frac{m^2n}{c^3}$		
m	$1,6531(\pm 0,0003)$	$2,348(\pm 0,002)$
n	$3,78(\pm 0,002)$	$4,37(\pm 0,004)$
c	$0,158(\pm 0,0005)$	$0,235(\pm 0,0003)$
2) $X=\frac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$		
a	$9,542(\pm 0,001)$	$8,357(\pm 0,003)$
b	$3,128(\pm 0,002)$	$2,48(\pm 0,004)$
m	$2,8(\pm 0,03)$	$3,17(\pm 0,01)$
c	$0,172(\pm 0,001)$	$1,315(\pm 0,0004)$
d	$5,4(\pm 0,02)$	$2,4(\pm 0,02)$
3) $X=\frac{1}{15}\pi h\left(2D^2+Dd+0.75d^2\right)$		
h	84,2	76
D	28,3	17,2
d	42,08	9,344

Вариант 9	080116	080601
1) $X=\sqrt{\frac{cd}{b}}$		
c	$0,7568(\pm 0,0002)$	$0,6384(\pm 0,0002)$
d	$21,7(\pm 0,02)$	$32,7(\pm 0,04)$
b	$2,65(\pm 0,01)$	$4,88(\pm 0,03)$
2) $X=\frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$		
a	$10,82(\pm 0,03)$	$9,37(\pm 0,004)$
b	$2,786(\pm 0,0006)$	$3,108(\pm 0,0003)$
m	$0,28(\pm 0,006)$	$0,46(\pm 0,002)$
n	$14,7(\pm 0,06)$	$15,2(\pm 0,04)$
3) $X=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$		
h	46,3	10,5
D	29,72	34,18
d	37,654	27,327

Вариант 10	080116	080601
1) $X=\frac{Qe^3}{48E}$		
Q	$54,8(\pm 0,02)$	$38,5(\pm 0,01)$
e	$2,45(\pm 0,01)$	$3,35(\pm 0,02)$
E	$0,863(\pm 0,004)$	$0,734(\pm 0,001)$
2) $X=\frac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$		
n	$2,0435(\pm 0,0001)$	$4,5681(\pm 0,0001)$
x	$4,2(\pm 0,05)$	$6,3(\pm 0,02)$
y	$0,82(\pm 0,01)$	$0,42(\pm 0,03)$
3) $X=\frac{\alpha b-\beta a}{b^2}-\frac{\beta(ab-\beta a)}{b^2(b+\beta)}$		
α	5,27	7,31
β	0,0562	0,0761
a	158,35	234,36
b	61,21	81,26

Пример выполнения задания

Задача 1

1. *Определить, какое равенство точнее* $9/11 = 0,818$ *или* $\sqrt{18} = 4,24$*?*

Решение. Находим значения данных выражений с бо́льшим числом десятичных знаков: $a_1 = 9/11 = 0,8181818...$, $a_2 = \sqrt{18} = 4,2426...$. Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком:

$$\alpha_{a_1} = |0,81818 - 0,818| \le 0,00019, \ \alpha_{a_2} = |4,2426 - 4,24| \le 0,0027.$$

Предельные относительные погрешности составляют

$$\delta_{a_1} = \frac{\alpha_{a_1}}{a_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%;$$

$$\delta_{a_2} = \frac{\alpha_{a_2}}{a_1} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%.$$

Так как $\delta_{a_1} < \delta_{a_2}$, то равенство $9/11 = 0,818$ является более точным.

2. *Округлить сомнительные цифры числа* $72,353(\pm 0,026)$*, оставив верные знаки в узком смысле.*

Решение. Пусть $72,353(\pm 0,026) = a$. Согласно условию, погрешность $\alpha_a = 0,026 < 0,05$; это означает, что в числе 72,353 верными в узком смысле являются цифры 7, 2, 3. По правилам округления найдем приближенное значение числа, сохранив десятые доли:

$$a_1 = 72,4; \ \alpha_{a_1} = \alpha_a + \Delta_{окр} = 0,026 + 0,047 = 0,073.$$

Полученная погрешность больше $0,05$; значит, нужно уменьшить число цифр в приближенном числе до двух:

$$a_2 = 72; \ \alpha_{a_2} = \alpha_a + \Delta_{окр} = 0,026 + 0,353 = 0,379.$$

Так как $\alpha_{a_2} < 0,5$, то обе оставшиеся цифры верны в узком смысле.

Округлить сомнительные цифры числа $2,3544; \delta = 0,2\%$*, оставив верные знаки в широком смысле.*

Решение. Пусть $a = 2,3544$; $\delta_a = 0,2\%$; тогда $\alpha_a = a \cdot \delta_a = 0,00471$. В данном числе верными в широком смысле являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти три цифры:

$$a_1 = 2,35; \ \alpha_{a_1} = 0,0044 + 0,00471 = 0,00911 < 0,01.$$

Значит, в округленном числе $2,35$ все три цифры верны в широком смысле.

3. *Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа 0,4357, если они имеют только верные цифры в узком смысле.*

Решение. Так как все четыре цифры числа $a = 0,4357$ верны в узком смысле, то абсолютная погрешность $\alpha_a = 0,00005$, а относительная погрешность

$$\delta_a = 1/\left(2 \cdot 4 \cdot 10^3\right) = 0,000125 = 0,0125\%.$$

Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа 12,384, если они имеют только верные цифры в широком смысле.

Решение. Так как все пять цифр числа $a = 12,384$ верны в широком смысле, то $\alpha_a = 0,001$, $\delta_a = 1/10^4 = 0,0001 = 0,01\%$.

Задача 2

1. *Вычислить и определить погрешности результата.*

$X = \dfrac{m^2 n^3}{\sqrt{k}}$, *где* $m = 28,3(\pm 0,02)$, $n = 7,45(\pm 0,01)$, $k = 0,678(\pm 0,003)$.

Решение. Находим $m^2 = 800,9$; $n^3 = 413,5$; $\sqrt{k} = 0,8234$;

$$X = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402200 = 4,022 \cdot 10^5 .$$

Далее имеем

$$\delta_m = 0,02/28,3 = 0,00071,\ \delta_n = 0,01/7,45 = 0,00135,\ \delta_k = 0,003/0,678 = 0,00443,$$

откуда

$$\delta_X = 2\delta_m + 3\delta_n + 0,5\delta_k = 0,00142 + 0,00405 + 0,00222 = 0,00769 = 0,77\%,$$

$$\alpha_X = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3 .$$

2. *Вычислить и определить погрешности результата.*

$N = \dfrac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$, *где* $n = 3,0567(\pm 0,0001)$, $m = 5,72(\pm 0,02)$.

Решение. Имеем

$$n - 1 = 2,0567(\pm 0,0001),\ m + n = 3,057(\pm 0,0004) + 5,72(\pm 0,02) = 8,777(\pm 0,0204),$$

$$m - n = 5,72(\pm 0,02) - 3,057(\pm 0,0004) = 2,663(\pm 0,0204).$$

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{2,663^2} = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{7,092} = 2,545 \approx 2,55;$$

$$\delta_N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0204}{8,777} + 2 \cdot \frac{0,0204}{2,663} = 0,000049 + 0,00233 + 2 \cdot 0,00766 =$$

$$= 0,00238 + 0,1532 = 0,0177 = 1,77\%$$

$$\alpha_N = 2,55 \cdot 0,0177 = 0,046 .$$

3. *Вычислить, пользуясь правилами подсчета цифр.*

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right),\ \textit{где}\ h = 11,8,\ R = 23,67 .$$

Решение. Находим

$$V = 3,142 \cdot 11,8^2 \cdot \left(23,67 - 3,933\right) = 3,142 \cdot 11,8^2 \cdot 19,737 =$$

$$= 3,142 \cdot 139,2 \cdot 19,737 = 437,37 \cdot 19,737 = 8630 \approx 8,63 \cdot 10^3$$

Задание 2. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ФУНКЦИЙ

Задача 1

Используя интерполяционную формулу Ньютона, вычислить значение функции y при данных значениях аргумента x. При составлении таблицы разностей контролировать вычисления. Для решения задачи использовать первый и второй столбцы таблицы со значениями.

Таблица 1

x	y	y_1
1,415	0,888551	0,888
1,420	0,889599	0,889
1,425	0,890637	0,890
1,430	0,891667	0,891
1,435	0,892687	0,893
1,440	0,893698	0,894
1,445	0,894700	0,895
1,450	0,895693	0,896
1,455	0,896677	0,896
1,460	0,897653	0,897
1,465	0,898619	0,898

Вариант 1. $x_1 = 1,4161,\ x_2 = 1,4625,\ x_3 = 1,4135,\ x_4 = 1,470$.

Вариант 9. $x_1 = 1,4179,\ x_2 = 1,4633,\ x_3 = 1,4124,\ x_4 = 1,4655$.

Вариант 17. $x_1 = 1,4263,\ x_2 = 1,4575,\ x_3 = 1,410,\ x_4 = 1,4662$.

Таблица 2

x	y	y_1
0,101	1,26183	1,26
0,106	1,27644	1,28
0,111	1,29122	1,29
0,116	1,30617	1,31
0,121	1,32130	1,32
0,126	1,33660	1,34
0,131	1,35207	1,35
0,136	1,36773	1,37
0,141	1,38357	1,38
0,146	1,39959	1,40
0,151	1,41579	1,42

Вариант 2. $x_1 = 0,1026,\ x_2 = 0,1440,\ x_3 = 0,099,\ x_4 = 0,161$.

Вариант 10. $x_1 = 0,1035,\ x_2 = 0,1492,\ x_3 = 0,096,\ x_4 = 0,153$.

Вариант 18. $x_1 = 0,1074,\ x_2 = 0,1485,\ x_3 = 0,1006,\ x_4 = 0,156$.

Таблица 3

x	y	y_1
0,15	0,860708	0,86
0,20	0,818731	0,82
0,25	0,778801	0,78
0,30	0,740818	0,74
0,35	0,704688	0,70
0,40	0,670320	0,67
0,45	0,637628	0,64
0,50	0,606531	0,61
0,55	0,576950	0,58
0,60	0,548812	0,55
0,65	0,522046	0,52
0,70	0,496585	0,50
0,75	0,4722367	0,47

Вариант 3. $x_1 = 0{,}1511,\ x_2 = 0{,}7250,\ x_3 = 0{,}1430,\ x_4 = 0{,}80$.

Вариант 11. $x_1 = 0{,}1535,\ x_2 = 0{,}7333,\ x_3 = 0{,}100,\ x_4 = 0{,}7540$.

Вариант 19. $x_1 = 0{,}1525,\ x_2 = 0{,}6730,\ x_3 = 0{,}1455,\ x_4 = 0{,}85$.

Таблица 4

x	y	y_1
0,180	5,61543	5,62
0,185	5,46693	5,47
0,190	5,32634	5,33
0,195	5,19304	5,20
0,200	5,06649	5,07
0,205	4,94619	4,95
0,210	4,83170	4,83
0,215	4,72261	4,72
0,220	4,61855	4,62
0,225	4,51919	4,52
0,230	4,42422	4,42
0,235	4,33337	4,33

Вариант 4. $x_1 = 0{,}1817,\ x_2 = 0{,}2275,\ x_3 = 0{,}175,\ x_4 = 0{,}2375$.

Вариант 12. $x_1 = 0{,}1827,\ x_2 = 0{,}2292,\ x_3 = 0{,}1776,\ x_4 = 0{,}240$.

Вариант 20. $x_1 = 0{,}1873,\ x_2 = 0{,}2326,\ x_3 = 0{,}1783,\ x_4 = 0{,}245$.

Таблица 5

x	y	y_1
3,50	33,1154	33
3,55	34,8133	34
3,60	36,5982	37
3,65	38,4747	38
3,70	40,4473	40
3,75	42,5211	43
3,80	44,7012	45
3,85	46,9931	47
3,90	49,4012	49
3,95	51,9354	52
4,00	54,5982	55
4,05	57,3975	57
4,10	60,3403	60
4,15	63,4340	63
4,20	66,6863	67

Вариант 5. $x_1 = 3,522,\ x_2 = 4,176,\ x_3 = 3,475,\ x_4 = 4,25$.
Вариант 13. $x_1 = 3,543,\ x_2 = 4,184,\ x_3 = 3,488,\ x_4 = 4,30$.
Вариант 21. $x_1 = 3,575,\ x_2 = 4,142,\ x_3 = 3,45,\ x_4 = 4,204$.

Таблица 6

x	y	y_1
0,115	8,65729	8,66
0,120	8,29329	8,29
0,125	7,95829	7,96
0,130	7,64893	7,65
0,135	7,36235	7,36
0,140	7,09613	7,07
0,145	6,84815	6,85
0,150	6,61659	6,62
0,155	6,39986	6,40
0,160	6,19658	6,20
0,165	6,00551	6,01
0,170	5,82558	5,83
0,175	5,65583	5,64
0,180	5,49943	5,50

Вариант 6. $x_1 = 0,1217,\ x_2 = 0,1736,\ x_3 = 0,1141,\ x_4 = 0,185$.
Вариант 14. $x_1 = 0,1168,\ x_2 = 0,1745,\ x_3 = 0,110,\ x_4 = 0,1825$.
Вариант 22. $x_1 = 0,1175,\ x_2 = 0,1773,\ x_3 = 0,1134,\ x_4 = 0,190$.

Таблица 7

x	y	y_1
1,340	4,25562	4,26
1,345	4,35325	4,35
1,350	4,45522	4,46
1,355	4,56184	4,56
1,360	4,67344	4,67
1,365	4,79038	4,79
1,370	4,91306	4,91
1,375	5,04192	5,04
1,380	5,17744	5,18
1,385	5,32016	5,32
1,390	5,47069	5,47
1,395	5,62068	5,62

Вариант 7. $x_1 = 1,3463, x_2 = 1,3868, x_3 = 1,335, x_4 = 1,3990$.

Вариант 15. $x_1 = 1,3617, x_2 = 1,3921, x_3 = 1,3359, x_4 = 1,400$.

Вариант 23. $x_1 = 1,3432, x_2 = 1,3936, x_3 = 1,3365, x_4 = 1,3975$.

Таблица 8

x	y	y_1
0,01	0,991824	0,99
0,06	0,951935	0,95
0,11	0,913650	0,92
0,16	0,876905	0,88
0,21	0,841638	0,84
0,26	0,807789	0,81
0,31	0,775301	0,78
0,36	0,744120	0,74
0,41	0,714193	0,71
0,46	0,685470	0,69
0,51	0,657902	0,66
0,56	0,631442	0,63

Вариант 8. $x_1 = 0,027, x_2 = 0,525, x_3 = 0,008, x_4 = 0,61$.

Вариант 16. $x_1 = 0,1243, x_2 = 0,492, x_3 = 0,0094, x_4 = 0,66$.

Вариант 24. $x_1 = 0,083, x_2 = 0,5454, x_3 = 0,0075, x_4 = 0,573$.

Пример решения задачи

Определить значения функции $y(x)$ *при следующих значениях аргумента* $x_1 = 1,2273$, $x_2 = 1,253$, $x_3 = 1,210$, $x_4 = 1,2638$.

x	y
1,215	0,106044
1,220	0,113276
1,225	0,119671
1,230	0,125324
1,235	0,130328
1,240	0,134776
1,245	0,138759
1,250	0,142367
1,255	0,145688
1,260	0,148809

Решение. Составим таблицу конечных разностей. Для контроля вычислений добавим к ней две строки: в строке Σ запишем суммы элементов столбцов конечных разностей, а в строке P – разности крайних значений столбцов.

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$
1,215	0,106044	0,007232	–0,000837	0,000095
1,220	0,113276	0,006395	–0,000742	0,000093
1,225	0,119671	0,005653	–0,000649	0,000093
1,230	0,125324	0,005004	–0,000556	0,000091
1,235	0,130328	0,004448	–0,000465	0,000090
1,240	0,134776	0,003983	–0,000375	0,000088
1,245	0,138759	0,003608	–0,000287	0,000087
1,250	0,142367	0,003321	–0,000200	–
1,255	0,145688	0,003121	–	–
1,260	0,148809	–	–	–
Σ	–	0,042765	–0,004111	0,000637
P	0,042765	–0,004111	0,000637	–

При составлении таблицы разностей ограничиваемся разностями третьего порядка, т.к. они практически постоянны. Для вычисления значений функции при $x_1 = 1,2273$ и $x_3 = 1,210$ воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования вперед:

$$y(x) \approx y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!}\Delta^3 y_0,$$

где $q = \dfrac{(x - x_0)}{h}$.

1. Если $x_1 = 1,2273$, то примем $x_0 = 1,225$, тогда $q = \dfrac{1,2273 - 1,225}{0,005} = 0,46$,

$$y(1,2273) \approx 0,119671 + 0,46 \cdot 0,005653 + \frac{0,46 \cdot (-0,54)}{2} \cdot (-0,000649) +$$
$$+ \frac{0,46 \cdot (-0,54) \cdot (-1,54)}{6} \cdot 0,000093 = 0,119671 + 0,0026004 + 0,0000806 + 0,0000059 =$$
$$= 0,1223579 \approx 0,122358$$

2. Если $x_3 = 1,210$, то примем $x_0 = 1,215$, тогда $q = \dfrac{1,210 - 1,215}{0,005} = -1$,

$$y(1,210) \approx 0,106044 + (-1) \cdot 0,007232 + \frac{(-1) \cdot (-2)}{2} \cdot (-0,000837) +$$
$$+ \frac{(-1) \cdot (-2) \cdot (-3)}{6} \cdot 0,000095 = 0,097880$$

Для вычисления значений функции при $x_2 = 1,253$ и $x_4 = 1,2638$ воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования назад:

$$y(x) \approx y_n + q\Delta y_{n-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \frac{q(q+1)(q+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3},$$

где $q = \dfrac{(x - x_n)}{h}$.

3. Если $x_2 = 1,253$, то примем $x_n = 1,255$, тогда $q = \dfrac{1,253 - 1,255}{0,0005} = -0,4$,

$$y(1,253) \approx 0,145688 + (-0,4) \cdot 0,003321 + \frac{(-0,4) \cdot 0,6}{2} \cdot (-0,000287) +$$
$$+ \frac{(-0,4) \cdot 0,6 \cdot 1,6}{6} \cdot 0,000088 = 0,145688 - 0,0013284 + 0,0000344 - 0,0000056 =$$
$$= 0,1443884 \approx 0,144388.$$

4. Если $x_4 = 1,2638$, то примем $x_n = 1,260$, тогда $q = \dfrac{1,2638 - 0,260}{0,005} \cdot 0,76$,

$$y(1,2638) \approx 0,148809 + 0,76 \cdot 0,003121 + \frac{0,76 \cdot 1,76}{2} \cdot (-0,00020) +$$
$$+ \frac{0,76 \cdot 1,76 \cdot 2,76}{6} \cdot 0,000087 = 0,148809 + 0,0023720 - 0,0001338 + 0,0000535 =$$
$$= 0,1511007 \approx 0,151101.$$

Задача 2

Используя стандартные функции MATLAB (метод наименьших квадратов) выполнить интерполяцию функции $y_1(x)$, заданной первым и третьим столбцами таблицы, многочленами степени 2 и 5. В отчете привести текст программы, осуществляющей интерполяцию и выведенные *на одном графике* функции (заданную табличным образом в виде точек и два интерполяционных многочлена). Интерполяционные многочлены после вывода графика на печать подписать.

Функции MATLAB, необходимые для выполнения задания

P=polyfit(x,y,d) – функция находит коэффициенты многочлена $P_d(x)$ степени d, такого, что $P(x_i) \approx y_i$ по методу наименьших квадратов.

YY=polyval(P,x) – вычисляет значения многочлена $P(x)$ в каждой точке x_i.

Задание 3. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задача 1

Решить уравнение методом Ньютона с абсолютной погрешностью $\varepsilon < 0.0001$.

Варианты

1. $x - \sin x = 0,25$.
2. $\mathrm{tg}(0,58x + 0,1) = x^2$.
3. $\sqrt{x} - \cos(0,387x) = 0$.
4. $\mathrm{tg}(0,4x + 0,4) = x^2$.
5. $\lg x - \dfrac{7}{2x+6} = 0$.
6. $\mathrm{tg}(0,5x + 0,2) = x^2$.
7. $3x - \cos x - 1 = 0$.
8. $x + \lg x = 0,5$.
9. $\mathrm{tg}(0,5x + 0,1) = x^2$.
10. $x^2 + 4\sin x = 0$.
11. $\mathrm{ctg}\,1,05x - x^2 = 0$.
12. $\mathrm{tg}(0,4x + 0,3) = x^2$.
13. $x \lg x - 1,2 = 0$.
14. $1,8x^2 - \sin 10x = 0$.
15. $\mathrm{ctg}\,x - \dfrac{x}{4} = 0$.
16. $\mathrm{tg}(0,3x + 0,4) = x^2$.
17. $x^2 - 20\sin x = 0$.
18. $\mathrm{ctg}\,x - \dfrac{x}{3} = 0$.
19. $\mathrm{tg}(0,47x + 0,2) = x^2$.
20. $x^2 + 4\sin x = 0$.

Ход решения

1. Определение начального приближения графическим способом. Согласно полученному графику сделать вывод о количестве корней, промежутках, на которых находятся эти корни, и значениях начального приближения.
2. Произвести вычисления и расположить их в таблице.

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0				
1				
2				
...				

3. Записать ответ, полученный после округления и учета погрешности.

Задача 2

Решить уравнение методом простой итерации с абсолютной погрешностью $\varepsilon < 0,0001$.

Варианты

1. $\ln x + (x+1)^3 = 0$.
2. $x \cdot 2^x = 1$.
3. $\sqrt{x+1} = \dfrac{1}{x}$.
4. $x - \cos x = 0$.
5. $3x + \cos x + 1 = 0$.
6. $x + \ln x = 0,5$.
7. $2 - x = \ln x$.
8. $(x-1)^2 = \dfrac{1}{2}e^x$.
9. $(2-x)e^x = 0,5$.
10. $2,2x - 2^x = 0$.
11. $x^2 + 4\sin x = 0$.
12. $2x - \lg x = 7$.
13. $5x - 8\ln x = 8$.
14. $3x - e^x = 0$.
15. $x(x+1)^2 = 1$.
16. $x = (x+1)^3$.
17. $x^2 = \sin x$.
18. $x^3 = \sin x$.
19. $x = \sqrt{\lg(x+2)}$.
20. $x^2 = \ln(x+1)$.

Ход решения

1. Отделение корней графическим образом.
2. Произвести вычисления и расположить их в таблице.

n	x_n	$f(x_n)$	$\lvert x_{n+1} - x_n \rvert$
0			
1			
...			

3. Записать ответ, полученный после округления и учета погрешности.

Задача 3

Решить уравнение с точностью до $\varepsilon < 0{,}0001$.

Варианты

1. $2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$.
2. $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$.
3. $x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0$.
4. $2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$.
5. $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$.
6. $x^3 + 3x^2 - 24x + 10 = 0$.
7. $2x^3 + 9x^2 - 10 = 0$.
8. $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$.
9. $x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0$.
10. $2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$.
11. $x^3 - 3x^2 + 1.5 = 0$.
12. $x^3 + 3x^2 - 24x - 3 = 0$.
13. $2x^3 + 9x^2 - 4 = 0$.
14. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$.
15. $x^3 - 3x^2 - 24x - 3 = 0$.
16. $x^3 - 12x + 6 = 0$.
17. $2x^3 - 3x^2 - 12x + 10 = 0$.
18. $x^3 - 3x^2 + 2.5 = 0$.
19. $x^3 + 3x^2 - 24x - 8 = 0$.
20. $x^3 - 12x + 10 = 0$.

Ход решения

1. Отделение корней графическим способом.

2. Найти один корень методом деления отрезка пополам, другой корень – методом хорд, а третий – смешанным методом хорд и касательных и записать результаты вычислений в таблицы вида (для каждого корня создается отдельная таблица).

Для метода деления отрезка пополам:

n	x_n	a_n	b_n	$f(x_n)$	$\lvert b_n - a_n \rvert$
0					
1					
2					
...					

Для метода хорд:

n	x_n	$f(x_n)$	$\lvert x_n - x_{n-1} \rvert$
0			
1			
2			
...			

Для комбинированного метода:

n	a_n	b_n	$b_n - a_n$	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f'(b_n)$	$\frac{f(b_n)}{f'(b_n)}$
0							
1							
2							
...							

3. Записать значения всех трех корней после округления.

Задача 4

Решить уравнения из заданий 1–3 с помощью функций MATLAB.

Ход решения

1. Построить графики всех функций с помощью функции **`plot(x,y),grid`** таким образом, как выполнялось их построение при выполнении заданий 1–3. Привести распечатки графиков в отчете.
2. По построенным графикам определить начальное приближение.
3. Задать функции в отдельном файле (с расширением *.m) в следующем виде (каждое уравнение в отдельном файле):

```
Файл function.m
function y=function(x)
y=3^x+3*x-6.7;
```

4. Вызвать в MATLAB функцию для нахождения каждого из корней уравнений:

```
X1=fzero('function',начальное_приближение)
```

Для решения уравнений вида $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 = 0$ необходимо выполнить следующие действия

```
C=[an an-1 ... a1 a0];
X1=roots(c)
```

5. Записать полученные ответы.

Отчет по заданию 4 должен содержать распечатанные графики функций, записи всех функций в файлах, все вызывающие функции, а также полученные результаты.

Задание 4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задача 1

Решить систему уравнений методом главных элементов с точностью $\varepsilon < 0,001$.

Варианты

1. $\begin{cases} 0,34x + 0,71y + 0,63z = 2,08; \\ 0,71x - 0,65y - 0,18z = 0,17; \\ 1,17x - 2,35y + 0,75z = 1,28. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3,75x - 0,28y + 0,17z = 0,75; \\ 2,11x - 0,11y - 0,12z = 1,11; \\ 0,22x - 3,17y + 1,81z = 0,05. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 0,21x - 0,18y + 0,75z = 0,11; \\ 0,13x + 0,75y - 0,11z = 2,00; \\ 3,01x - 0,33y + 0,11z = 0,13. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 0,13x - 0,14y - 2,00z = 0,15; \\ 0,75x + 0,18y - 0,77z = 0,11; \\ 0,28x - 0,17y + 0,39z = 0,12. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3,01x - 0,14y - 0,15z = 1,00; \\ 1,11x + 0,13y - 0,75z = 0,13; \\ 0,17x - 2,11y + 0,71z = 0,17. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 0,92x - 0,83y + 0,62z = 2,15; \\ 0,24x - 0,54y + 0,43z = 0,62; \\ 0,73x - 0,81y - 0,67z = 0,88. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 1,24x - 0,87y - 3,17z = 0,46; \\ 2,11x - 0,45y + 1,44z = 1,50; \\ 0,48x + 1,25y - 0,63z = 0,35. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 0,64x - 0,83y + 4,20z = 2,23; \\ 0,58x - 0,83y + 1,43z = 1,71; \\ 0,86x + 0,77y + 0,88z = -0,54. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 0,32x - 0,42y + 0,85z = 1,32; \\ 0,63x - 1,43y - 0,58z = -0,44; \\ 0,84x - 2,23y - 0,52z = 0,64. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 0,73x + 1,24y - 0,38z = 0,58; \\ 1,25x + 0,66y - 0,78z = 0,66; \\ 0,75x + 1,22y - 0,83z = 0,92. \end{cases}$

11. $\begin{cases} 0,62x - 0,44y - 0,86z = 0,68; \\ 0,83x + 0,42y - 0,56z = 1,24; \\ 0,58x - 0,37y - 0,62z = 0,87. \end{cases}$

12. $\begin{cases} 1,26x - 2,34y + 1,17z = 3,14; \\ 0,75x + 1,24y - 0,48z = -1,17; \\ 3,44x - 1,85y + 1,16z = 1,83. \end{cases}$

13. $\begin{cases} 0,46x + 1,72y + 2,53z = 2,44; \\ 1,53x - 2,32y - 1,83z = 2,83; \\ 0,75x + 0,86y + 3,72z = 1,06. \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2,47x + 0,65y - 1,88z = 1,24; \\ 1,34x + 1,17y + 2,54z = 2,35; \\ 0,86x - 1,73y - 1,08z = 3,15. \end{cases}$

15. $\begin{cases} 4,24x + 2,73y - 1,55z = 1,87; \\ 2,34x + 1,27y + 3,15z = 2,16; \\ 3,05x - 1,05y - 0,63z = -1,25. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 0,43x + 1,24y - 0,58z = 2,71; \\ 0,74x + 0,83y + 1,17z = 1,26; \\ 1,43x - 1,58y + 0,83z = 1,03. \end{cases}$

17. $\begin{cases} 0,43x + 0,63y + 1,44z = 2,18; \\ 1,64x - 0,83y - 2,45z = 1,84; \\ 0,58x + 1,55y + 3,18z = 0,74. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 1,24x + 0,62y - 0,95z = 1,43; \\ 2,15x - 1,18y + 0,57z = 2,43; \\ 1,72x - 0,83y + 1,57z = 3,88. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 0,62x+0,56y-0,43z=1,16; \\ 1,32x-0,88y+1,76z=2,07; \\ 0,73x+1,42y-0,34z=2,18. \end{cases}$

20. $\begin{cases} 1,06x+0,34y+1,26z=1,17; \\ 2,54x-1,16y+0,55z=2,23; \\ 1,34x-0,47y-0,83z=3,26. \end{cases}$

Пример решения задачи

Решим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2,74x-1,18y+3,17z=2,18; \\ 1,12x+0,83y-2,16z=-1,15; \\ 0,18x+1,27y+0,76z=3,23. \end{cases}$$

Вычисление производим по следующей схеме:

m_i	Коэффициенты при неизвестных			Свободные члены	Контрольные суммы Σ	Строчные суммы Σ'
	x_1	x_2	x_3			
–1 0,6814 –0,2397	2,74 1,12 0,18	–1,18 0,83 1,27	**3,17** –2,16 0,76	2,18 –1,15 3,23	6,91 –1,36 5,44	6,91 –1,36 5,44
–1 –0,1596	**2,9870** –0,4768	0,0259 1,5528	– –	0,3355 2,7075	3,3485 3,7837	3,3484 3,7835
–	–	**1,5569**	–	2,7602	4,3181	4,3170
	0,0970	1,7728	1,2638			

$$x_2 = \frac{2,7602}{1,5569} = 1,7728\,,\quad x_1 = \frac{0,3355-0,0259\cdot 1,7728}{2,9870} = 0,0970\,,$$

$$x_3 = \frac{2,18-2,74\cdot 0,0970+1,18\cdot 1,7728}{3,17} = 1,2638\,.$$

Задача 2

Составить и отладить подпрограмму для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом прогонки.

Ход решения

1. В соответствии с приведенной в лекциях схемой алгоритма набрать программу в файле *.m. Рекомендуемые входные параметры – a,b,c – диагонали матрицы, d – правые части. Возвращаемые значения x – решения системы.

2. Придумать СЛАУ не менее четвертого порядка с целочисленной матрицей и целочисленным ответом.

3. Составить программу, в которой СЛАУ задается тремя векторами-диагоналями; организовать обращение к подпрограммам и вывод ответа.

Оформить в отчет текст вызывающей последовательности команд, программы, привести введенную матрицу (а не диагонали!!!) и полученный ответ. Произвести проверку с помощью стандартных средств MATLAB.

Задание 5. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задача 1

Используя метод итераций, решить систему нелинейных уравнений с точностью до $\varepsilon < 0{,}001$.

Варианты

1. $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1{,}2; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$

2. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0{,}5; \\ x - \cos y = 3. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ \cos(y-1) + x = 0{,}7. \end{cases}$

4. $\begin{cases} \cos(x+0{,}5) - y = 1; \\ \cos(y-2) + x = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} \cos x + y = 1{,}5; \\ 2x - \sin(y-0{,}5) = 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} \sin(x+0{,}5) - y = 1; \\ \cos(y-2) + x = 0. \end{cases}$

7. $\begin{cases} \sin(x-1) = 1{,}3 - y; \\ x - \sin(y+1) = 0{,}8. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0; \\ x + \sin y = -0{,}4. \end{cases}$

9. $\begin{cases} \cos(x+0{,}5) - y = 2; \\ \sin y - 2x = 1. \end{cases}$

10. $\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1{,}5; \\ x + \cos(y-2) = 0{,}5. \end{cases}$

11. $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1{,}2; \\ 2y - \cos x = 3. \end{cases}$

12. $\begin{cases} \sin y + 2x = 2; \\ \cos(x-1) + y = 0{,}7. \end{cases}$

13. $\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0{,}5; \\ y - \cos x = 3. \end{cases}$

14. $\begin{cases} \cos y + x = 1{,}5; \\ 2y - \sin(x-0{,}5) = 1. \end{cases}$

15. $\begin{cases} \sin(y+0{,}5) - x = 1; \\ \cos(x-2) + y = 0. \end{cases}$

16. $\begin{cases} \cos(y+0{,}5) + x = 0{,}8; \\ \sin x - 2y = 1{,}6. \end{cases}$

17. $\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1{,}3; \\ y - \sin(x+1) = 0{,}8. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0; \\ \sin x + y = -0{,}4. \end{cases}$

19. $\begin{cases} \cos(y+0{,}5) - x = 2; \\ \sin x - 2y = 1. \end{cases}$

20. $\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1{,}5; \\ \cos(x-2) + y = 0{,}5. \end{cases}$

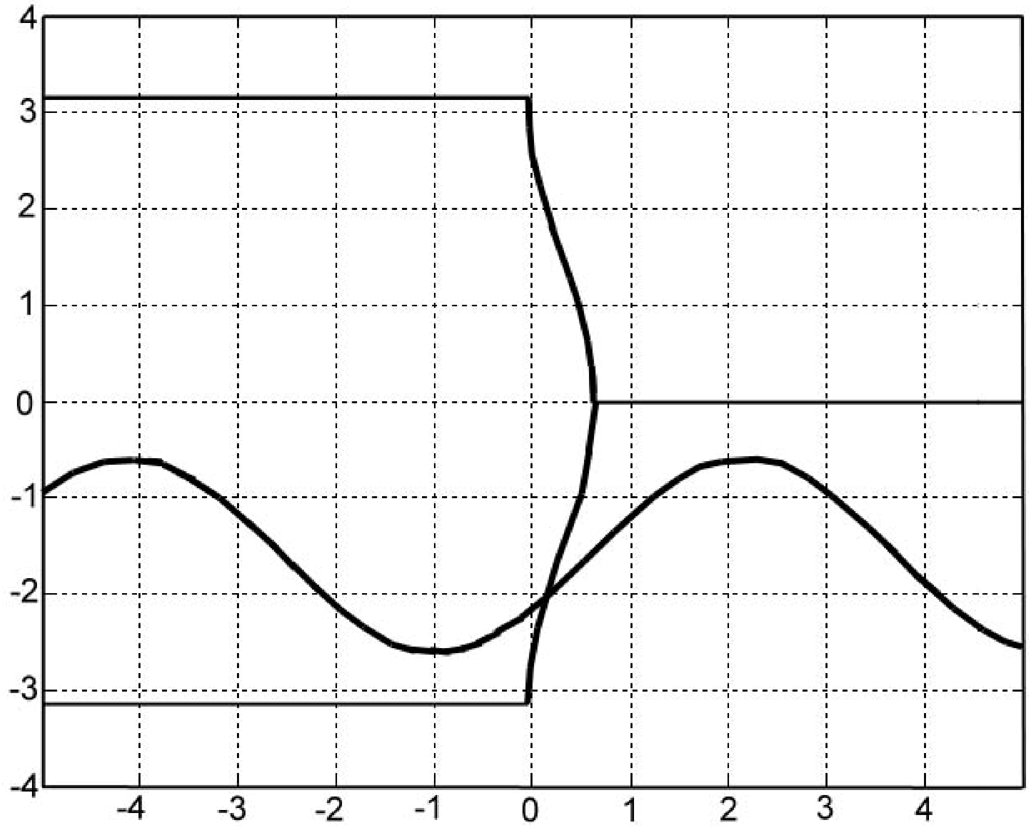
Пример решения задачи

Решить систему нелинейных уравнений методом простой итерации.

$$\begin{cases} \sin(x-0{,}6) - y = 1{,}6; \\ 3x - \cos y = 0{,}9. \end{cases}$$

Отделение корней производим графически. Графики построим с помощью стандартных функций MATLAB.

Из графика видим, что система имеет одно решение, заключенное в области $D: 0 < x < 0,3;\ -2,2 < y < -1,8$.



Убедимся в том, что метод итераций применим для уточнения решения системы, для чего запишем ее в следующем виде:

$$\begin{cases} x = \varphi_1(x, y) = \dfrac{1}{3}\cos y + 0,3; \\ y = \varphi_2(x, y) = \sin(x - 0,6) - 1,6. \end{cases}$$

Так как $\dfrac{\partial \varphi_1}{\partial x} = 0$, $\dfrac{\partial \varphi_2}{\partial x} = \cos(x - 0,6)$, $\dfrac{\partial \varphi_1}{\partial y} = -\dfrac{1}{3}\sin y$, $\dfrac{\partial \varphi_2}{\partial y} = 0$, то в области D имеем

$$\left|\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial \varphi_2}{\partial x}\right| = \left|\cos(x - 0,6)\right| \le \cos 0,3 = 0,2955 < 1$$

$$\left|\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}\right| + \left|\frac{\partial \varphi_2}{\partial y}\right| = \left|-\frac{1}{3}\sin y\right| \le \left|\frac{1}{3}\sin(-1,8)\right| < 1.$$

Таким образом, условия сходимости выполняются. Вычисления производим по формулам

$$\begin{cases} x_{n+1} = \dfrac{1}{3}\cos y_n + 0,3; \\ y_{n+1} = \sin(x_n - 0,6) - 1,6. \end{cases}$$

За начальное приближение примем $x_0 = 0,15$, $y_0 = -2$.

Имеем

$$\begin{cases} F(x,y) = \sin(2x-y) - 1,2x - 0,4; \\ G(x,y) = 0,8x^2 + 1,5y^2 - 1. \end{cases}$$

Составим таблицу:

n	x_n	y_n	$x_n - 0,6$	$\sin(x_n - 0,6)$	$\cos(y_n)$	$\frac{1}{3}\cos(y_n)$
0	0,15	–2	–0,45	–0,4350	–0,4161	–0,1384
1	0,1616	–2,035	–0,4384	–0,4245	–0,4477	–0,1492
2	0,1508	–2,0245	–0,4492	–0,4342	–0,4382	–0,1461
3	0,1539	–2,0342	–0,4461	–0,4313	–0,4470	–0,1490
4	0,1510	–2,0313	–0,4490	–0,4341	–0,4444	–0,1481
5	0,1519	–2,0341	–0,4481	–0,4333	–0,4469	–0,1490
6	0,1510	–2,0333	–0,4490	–0,4341	–0,4462	–0,1487
7	0,1513	–2,0341	–0,4487	–0,4340	–0,4469	–0,1490
8	0,1510	–2,0340				

Ответ: $x \approx 0,151$, $y \approx -2,034$.

Задача 2

Составить и отладить подпрограмму для решения системы нелинейных уравнений методом Ньютона.

Варианты

1. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0.4) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1,\ x > 0,\ y > 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,6x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1,\ x > 0,\ y > 0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0,1) = x^2; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

4. $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,2x = 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

5. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0,3) = x^2; \\ 0,9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,3x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} \mathrm{tg}\, xy = x^2; \\ 0,7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

8. $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,5x = 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} \mathrm{tg}\, xy = x^2; \\ 0,8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

10. $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,2x = 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

11. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0,2) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

12. $\begin{cases} \sin(x+y) = 1,5x - 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

13. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0,4) = x^2; \\ 0,8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

14. $\begin{cases} \sin(x+y) = 1,2x - 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

15. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0,1) = x^2; \\ 0,9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

16. $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,4x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

17. $\begin{cases} \mathrm{tg}(xy + 0,1) = x^2; \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

18. $\begin{cases} \sin(x+y) = 1,1x - 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

19. $\begin{cases} \mathrm{tg}(x-y) - xy = -1; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$

20. $\begin{cases} \sin(x-y) - xy = -1; \\ x^2 - y^2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$

Ход решения

1. Отделить корни посредством построения графиков. Для этого нужно выразить заданные функции в виде $y(x)$ и построить их с помощью встроенных функций MATLAB.

2. Вычислить частные производные и составить матрицу Якоби.

3. С помощью приведенной в лекциях схемы алгоритма составить функцию для нахождения корней. Составить вызывающую программу, обращающуюся к функции столько раз, сколько корней имеет система уравнений. Входными параметрами в функцию являются начальные приближения и вектор `p=(x,y)`, являющийся нулевым при входе в подпрограмму.

4. Оформить в отчет текст программы, составленной функции, привести исходные данные, построенный график и полученный ответ.

Задание 6. МАКСИМАЛЬНОЕ ПО МОДУЛЮ СОБСТВЕННОЕ ЧИСЛО

Составить и отладить подпрограмму для нахождения максимального по модулю собственного числа матрицы, описанным в лекциях итерационным процессом.

Ход решения

1. Составить согласно приведенному в лекциях алгоритму подпрограмму.
2. Ввести матрицу, соответствующую варианту, в программу и вызвать для нее выполнение подпрограммы.
3. С помощью функции **`[q,w]=eig(a);`** где **`q`** – вектор собственных чисел, **`w`** – матрица, каждая строка которой – собственный вектор, **`a`** – исходная матрица.
4. Сделать выводы.

Варианты

1. $A=\begin{pmatrix}1{,}7 & 2{,}8 & 0{,}3\\ 2{,}8 & 1{,}2 & 0{,}6\\ 0{,}3 & 0{,}6 & 1{,}5\end{pmatrix}.$

2. $A=\begin{pmatrix}1{,}7 & 0{,}4 & 2{,}8\\ 0{,}4 & 3{,}2 & 1{,}2\\ 2{,}8 & 1{,}2 & 0{,}5\end{pmatrix}.$

3. $A=\begin{pmatrix}2{,}3 & 1{,}4 & 0{,}6\\ 1{,}4 & 1{,}7 & 0{,}5\\ 0{,}6 & 0{,}5 & 1{,}3\end{pmatrix}.$

4. $A=\begin{pmatrix}2{,}3 & 3{,}5 & 1{,}4\\ 3{,}5 & 0{,}4 & 0{,}6\\ 1{,}4 & 0{,}6 & 1{,}3\end{pmatrix}.$

5. $A=\begin{pmatrix}0{,}6 & 1{,}3 & 1{,}7\\ 1{,}3 & 2{,}5 & 0{,}8\\ 1{,}7 & 0{,}8 & 1{,}4\end{pmatrix}.$

6. $A=\begin{pmatrix}3{,}7 & 0{,}3 & 1{,}2\\ 0{,}3 & 2{,}4 & 0{,}8\\ 1{,}2 & 0{,}8 & 1{,}5\end{pmatrix}.$

7. $A=\begin{pmatrix}3{,}2 & 0{,}5 & 1{,}2\\ 0{,}5 & 1{,}4 & 2{,}3\\ 1{,}2 & 2{,}3 & 0{,}6\end{pmatrix}.$

8. $A=\begin{pmatrix}4{,}1 & 0{,}4 & 1{,}3\\ 0{,}4 & 1{,}2 & 1{,}7\\ 1{,}3 & 1{,}7 & 0{,}5\end{pmatrix}.$

9. $A=\begin{pmatrix}2{,}3 & 0{,}7 & 0{,}6\\ 0{,}7 & 3{,}4 & 1{,}2\\ 0{,}6 & 1{,}2 & 1{,}7\end{pmatrix}.$

10. $A=\begin{pmatrix}1{,}5 & 0{,}8 & 2{,}9\\ 0{,}8 & 3{,}4 & 2{,}2\\ 2{,}9 & 2{,}2 & 0{,}4\end{pmatrix}.$

11. $A=\begin{pmatrix}1{,}8 & 2{,}4 & 0{,}5\\ 2{,}4 & 1{,}3 & 0{,}7\\ 0{,}5 & 0{,}7 & 1{,}6\end{pmatrix}.$

12. $A=\begin{pmatrix}0{,}7 & 1{,}5 & 3{,}2\\ 1{,}5 & 2{,}3 & 1{,}3\\ 3{,}2 & 1{,}3 & 0{,}4\end{pmatrix}.$

13. $A=\begin{pmatrix}2{,}4 & 3{,}5 & 0{,}7\\ 3{,}5 & 1{,}2 & 0{,}4\\ 0{,}7 & 0{,}4 & 1{,}3\end{pmatrix}.$

14. $A=\begin{pmatrix}2{,}3 & 1{,}7 & 0{,}8\\ 1{,}7 & 0{,}5 & 1{,}2\\ 0{,}8 & 1{,}2 & 1{,}9\end{pmatrix}.$

15. $A=\begin{pmatrix}2{,}4 & 1{,}3 & 0{,}5\\ 1{,}3 & 0{,}8 & 2{,}4\\ 0{,}5 & 2{,}4 & 3{,}3\end{pmatrix}.$

16. $A=\begin{pmatrix}1{,}5 & 2{,}3 & 0{,}4\\ 2{,}3 & 1{,}4 & 2{,}5\\ 0{,}4 & 2{,}5 & 0{,}8\end{pmatrix}.$

17. $A=\begin{pmatrix}3{,}4 & 1{,}3 & 2{,}3\\ 1{,}3 & 0{,}6 & 1{,}2\\ 2{,}3 & 1{,}2 & 0{,}5\end{pmatrix}.$

18. $A=\begin{pmatrix}2{,}5 & 1{,}2 & 0{,}8\\ 1{,}2 & 3{,}4 & 0{,}5\\ 0{,}8 & 0{,}5 & 1{,}2\end{pmatrix}.$

19. $A=\begin{pmatrix}2{,}6 & 1{,}4 & 0{,}7\\ 1{,}4 & 0{,}9 & 1{,}5\\ 0{,}7 & 1{,}5 & 0{,}3\end{pmatrix}.$

20. $A=\begin{pmatrix}3{,}6 & 0{,}5 & 1{,}2\\ 0{,}5 & 0{,}8 & 2{,}3\\ 1{,}2 & 2{,}3 & 1{,}6\end{pmatrix}.$

Задание 7. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Используя метод Эйлера, составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$; шаг $h = 0{,}1$. Все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками. Решить данную задачу с помощью Matlab, составив программу для нахождения решения с помощью метода Рунге-Кутта.

Ход решения

1. Решить уравнение методом Эйлера.
2. Составить программу для решения дифференциального уравнения. Решение записать в виде таблицы с шагом h.
3. Вывести график решения, соответствующий полученной таблице.

Варианты

1. $y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{5}}, \quad y_0(1{,}8) = 2{,}6, \quad x \in [1{,}8; 2{,}8].$

2. $y' = x + \cos\frac{y}{3}, \quad y_0(1{,}6) = 4{,}6, \quad x \in [1{,}6; 2{,}6].$

3. $y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{10}}, y_0(0{,}6) = 0{,}8, \quad x \in [0{,}6; 1{,}6].$

4. $y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0{,}5) = 0{,}6, \quad x \in [0{,}5; 1{,}5].$

5. $y' = x + \cos\frac{y}{\pi}, \quad y_0(1{,}7) = 5{,}3, \quad x \in [1{,}7; 2{,}7].$

6. $y' = x + \cos\frac{y}{2{,}25}, y_0(1{,}4) = 2{,}5, \quad x \in [1{,}4; 2{,}4].$

7. $y' = x + \cos\frac{y}{e}, \quad y_0(1{,}4) = 2{,}5, \quad x \in [1{,}4; 2{,}4].$

8. $y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0{,}8) = 1{,}4, \quad x \in [0{,}8; 1{,}8].$

9. $y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{3}}, \quad y_0(1{,}2) = 2{,}1, \quad x \in [1{,}2; 2{,}2].$

10. $y' = x + \cos\frac{y}{\sqrt{11}}, \quad y_0(2{,}1) = 2{,}5, \quad x \in [2{,}1; 3{,}1].$

11. $y' = x + \sin\frac{y}{\sqrt{5}}, \quad y_0(1{,}8) = 2{,}6, \quad x \in [1{,}8; 2{,}8].$

12. $y' = x + \sin\frac{y}{3}, \quad y_0(1{,}6) = 4{,}6, \quad x \in [1{,}6; 2{,}6].$

13. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\sqrt{10}}, \quad y_0(0,6) = 0,8, \quad x \in [0,6;1,6].$

14. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0,5) = 0,6, \quad x \in [0,5;1,5].$

15. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\pi}, \quad y_0(1,7) = 5,3, \quad x \in [1,7;2,7].$

16. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\sqrt{2,8}}, \quad y_0(1,4) = 2,2, \quad x \in [1,4;2,4].$

17. $y' = x + \sin\dfrac{y}{e}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4;2,4].$

18. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0,8) = 1,3, \quad x \in [0,8;1,8].$

19. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\sqrt{3}}, \quad y_0(1,1) = 1,5, \quad x \in [1,1;2,1].$

20. $y' = x + \sin\dfrac{y}{\sqrt{11}}, \quad y_0(0,6) = 1,2, \quad x \in [0,6;1,6].$

Пример решения задачи

Решим уравнение $y' = x + \sin\dfrac{y}{2,25}$ с начальными условиями $y_0(1,4) = 2,2$ на отрезке $x \in [1,4;2,5]$.

Метод Эйлера с уточнением заключается в том, что каждое значение $y_{k+1} = y(x_{k+1})$, где $y(x)$ – искомая функция, а $x_{k+1} = x_0 + h(k+1)$, $k = 0,1,2...$, определяется следующим образом. За начальное приближение принимаем

$$y_{k+1}^{(0)} = y_k + hf(x_k, y_k), \text{ где } f(x, y) = y'(x, y).$$

Найденное значение $y_{k+1}^{(0)}$ уточняем по формуле

$$y_{k+1}^{(i)} = y_k + \frac{h}{2}\left[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1}^{(i-1)}) \right] \ (i = 1,2,...).$$

Уточнение продолжают до тех пор, пока в пределах требуемой погрешности два последовательных приближения не совпадут.

Все вычисления удобно проводить, составив следующие таблицы:

- основную таблицу, в которой записывается ответ;
- таблицу, в которой выполняется процесс последовательных приближений;
- вспомогательную таблицу, в которой вычисляются значения функции $f(x_k, y_k)$.

k	x_k	y_k	$f_k = f(x_k, y_k)$	hf_k
0	1,4	2,2	2,229257493	0,22292575
1	1,5	2,42292575	2,380471541	0,23804715
2	1,6	2,6609729	2,525613965	0,2525614
3	1,7	2,9135343	2,662182542	0,26621825
4	1,8	3,17975255	2,787611046	0,2787611
5	1,9	3,45851366	2,899432911	0,28994329
6	2	3,74845695	2,995473371	0,29954734
7	2,1	4,04800429	3,074048772	0,30740488
8	2,2	4,35540916	3,134144791	0,31341448
9	2,3	4,66882364	3,175543653	0,31755437
10	2,4	4,98637801	3,19887626	0,31988763

$k+1$	x_{k+1}	y_k	$y_{k+1}^{(i)}$	f_k	$f_{k+1}^{(i)}$	$f_k + f_{k+1}^{(i)}$	$\frac{h}{2}\left(f_k + f_{k+1}^{(i)}\right)$
1	1,5	2,2	2,422925749	2,22925749	2,38047154	4,60972903	0,230486
2	1,6	2,422	2,660972903	2,38047154	2,52561397	4,90608551	0,245304
3	1,7	2,661	2,9135343	2,52561397	2,66218254	5,18779651	0,259389
4	1,8	2,914	3,179752554	2,66218254	2,78761105	5,44979359	0,272489
5	1,9	3,180	3,458513659	2,78761105	2,89943291	5,68704396	0,284352
6	2	3,459	3,74845695	2,89943291	2,99547337	5,89490628	0,294745
7	2,1	3,748	4,048004287	2,99547337	3,07404877	6,06952214	0,303476
8	2,2	4,048	4,355409164	3,07404877	3,13414479	6,20819356	0,310409
9	2,3	4,355	4,668823643	3,13414479	3,17554365	6,30968844	0,315484
10	2,4	4,669	4,986378009	3,17554365	3,19887626	6,37441991	0,318721

k	x	y	$\frac{y}{2,25}$	$\sin\frac{y}{2,25}$	$y' = x + \sin\frac{y}{2,25}$
0	1,4	2,2	0,977777778	0,82925749	2,22925749
1	1,5	2,42292575	1,076855889	0,88047154	2,38047154
2	1,6	2,6609729	1,182654624	0,92561397	2,52561397

3	1,7	2,9135343	1,294904133	0,96218254	2,66218254
4	1,8	3,17975255	1,413223357	0,98761105	2,78761105
5	1,9	3,45851366	1,537117182	0,99943291	2,89943291
6	2	3,74845695	1,665980867	0,99547337	2,99547337
7	2,1	4,04800429	1,799113016	0,97404877	3,07404877
8	2,2	4,35540916	1,935737406	0,93414479	3,13414479
9	2,3	4,66882364	2,07503273	0,87554365	3,17554365
10	2,4	4,98637801	2,216168004	0,79887626	3,19887626

Ответом являются значения $y_k(x)$, полученные в первой таблице.

ЗНАКОМСТВО С MATLAB

Арифметика в MATLAB

В MATLAB есть основные арифметические операции: «+» (сложение), «–» (вычитание), «*» (умножение) и «/» (деление). Степень обозначается через «^», так что, набрав в командно строке

```
>> 5*5+12^2
```

и нажав клавишу Enter, получим

```
ans=
          169
```

При нажатии Enter после набора строки, она отправляется на выполнение. Законы старшинства операций встроены, но в сомнительных случаях рекомендуется пользоваться круглыми скобками. Например, для строки

```
>> 8*(1/(5-3)-1/(5+3))
ans=
      3
```

Также реализованы элементарные функции, известные по работе с калькулятором. Например,

```
>> sqrt(5^2+12^2)
```

и

```
>> exp(log(1.7))
```

Для числа π MATLAB имеет встроенное значение $\pi = 3{,}1415926...$ Для этого нужно набрать pi.

Использование переменных

Возможно приписать числовое значение переменной для использования в последующих вычислениях. Например, набрав

```
>> x=3
```

получим

```
x=
     3
```

Но можно сделать и так,

```
>> rad=2; ht=3;
>> vol=pi*ht*rad^2
vol=
    37.6991
```

Следует обратить внимание, что первая строка содержит две команды и ни одна из них не выдает результата! Когда MATLAB встречает инструкцию с символом **;** (точка с запятой) в конце, он запрещает вывод результата. Инструкция в действительности выполняется, но ее результат умалчивается.

Использование символа ; позволяет избежать хаотического заполнения экрана промежуточными результатами.

Не следует забывать, что каждая переменная должна как-то получить значение прежде, чем она будет использована в дальнейших вычислениях. Так, после выполнения предыдущих примеров и строки

```
>> f=x^2+2*x*y+y^2
```

будет выведено следующее сообщение

```
??? Undefined function or variable y
```

Но если ввести

```
>> y=4;
```

а затем повторно выполнить вычисление **f**, оно пройдет успешно.

Следует отметить, что быстрый способ повторить предыдущую строку MATLAB – это нажимать клавишу «стрелка вверх» до тех пор, пока не отобразится желаемая команда. Этим же приемом можно воспользоваться, если исходная строка была не совсем правильной или есть необходимость получить новую строку из более сложной, но схожей с ней и выполненной ранее. Выбрав требуемую строку, можно использовать «стрелки в сторону» и клавишу Delete для редактирования.

Векторы и графики

MATLAB отличается простотой построения графиков. Основные принципы таковы:

1. Выбрать последовательность x, т.е. вектор значений аргумента.
2. Вычислить $y = f(x)$, т.е. получить соответствующий вектор y-вектор.
3. Вывести график y от x.

Прежде, чем проделать это, рассмотрим работу MATLAB с векторами.

Векторы

Выполним следующий пример

```
>> u=[2,2,3]
>> u=[2 2 3]
>> v=[1, 0, -1]
>> w=u-2*v
>> range=1:13
>> odd=1:2:13
>> down=20:-0.5:0
>> even=odd+1
>> xgrid=0:.05:1;
>> x=xgrid*pi
>> y=sin(x)
```

Первые две строки показывают, что элементы вектора могут разделяться пробелами или запятыми. Таким образом **`[1+1 2 3]`** означает то же самое, что и **`[2,2,3]`**, а **`[1 +1 2 3]`** – то же, что и **`[1,1,2,3]`**!

Следует заметить, что векторы могут быть любой длины. Они могут быть строками, как в рассмотренном только что примере, так и столбцами.

```
>> w′

ans=
     0
     2
     5
```

Апостроф означает транспонирование. В MATLAB векторы трактуются как частный случай матриц.

Если представляемый вектор оказывается слишком длинным и не умещается в одной строке, система сначала отображает столько элементов, сколько их умещается в строке, а остальные переносит на следующие строки. Элементы этого вектора-строки трактуются как столбцы.

Элементарная функция x, такая, как $\sin(x)$, также является вектором того же типа. Мы можем использовать этот факт при создании графиков функций, как показано в следующем разделе.

MATLAB знает, как перемножать матрицы соответствующих размеров. Попробуем выполнить строки

```
>> w*w′
>> w′*w
>> u*w′
>> u*u
```

Почему последняя строка не работает?

Допустим, необходимо получить множество значений z, данное выражением $z = y^2$, где вектору y уже были присвоены некоторые значения. Для этого необходимо выполнить присвоение

```
>> z=y*y'
```

Оно вычисляется как скалярное произведение $y \cdot y$. Чтобы заставить MATLAB перемножить векторы *поэлементно*, нужно выполнить следующее

```
>> z=y.*y
```

где точка перед символом «*» – ключевой признак поэлементной операции. Подобным образом понимаются в качестве поэлементных и операции возведения в степень и деления векторов и матриц одинаковых размеров.

Графики

Для построения графика достаточно выполнить функцию

```
>> plot(x,y)
```

После ее выполнения откроется дополнительное окно, в котором будет построена кривая y в зависимости от аргумента x. Оси выбираются автоматически в соответствии с областями изменения переменных. Это простейший случай.

Например, график, выведенный функцией

```
>> plot(x,y,'+')
```

будет построен с помощью символов '+' для всех элементов вектора x.

График, построенный с помощью функции

```
>> plot(x,y,'*g')
```

будет иметь зеленый цвет (**G**reen) и будет построен с помощью символов «*».

Для того, чтобы вывести сетку, необходимо ввести команду следующего вида

```
>> plot(параметры), grid
```

Создание и редактирование скрипт-файлов

Достаточно утомительно снова и снова вводить те же самые или подобные им последовательности команд. К счастью, есть простой путь обойти это: нужно просто сохранить любую часто повторяемую последовательность команд в виде файла, называемого *скриптом* или *М-файлом*. После этого можно вызывать этот список команд так часто, как надо.

Редактирование и сохранение программ

М-файл можно создавать с помощью Блокнота, либо с помощью встроенного редактора М-файлов, который запускается из MATLAB с помощью меню File->New->M-file.

Создадим простейший М-файл

```
% myfile.m
% Это просто название файла
% Эти три строки – комментарии, на которые
% MATLAB не обращает внимания
disp('Вы запустили М-файл')
```

и сохраним его. Затем, вернувшись в MATLAB, можно выполнить

```
>> type myfile
```

После выполнения данной команды будет отображено все содержание файла myfile.m.

Скрипт-файлы

Чтобы использовать скрипт-файл, достаточно набрать

```
>> myfile
```

После этого будут выполнены все команды, содержащиеся в файле **`myfile`**.

Следует заметить, что **`myfile`** – это имя инструкции MATLAB, т.к. **`myfile.m`** – имя файла, содержащего ее определения.

Нельзя давать файлам `*.m` имена, состоящие из русских букв и имена, начинающиеся с цифр!!!

Файлы функций

Было бы утомительным присваивать значения компонентам двух векторов перед каждым обращением к нашему скрипту. Можно соединить присвоение входных значений с действующими инструкциями вызова М-файла, используя М-файл типа «*функция*». Кроме того, одновременно можно присвоить полученные значения новым переменным, т.е. создать файл-функцию с именем, например, dist, такую, что, набрав

```
>> dab=dist([1,2,3], [1,1,3]);
```

или

```
>> a=[1,2,3]; b=[1,1,3];
>> dab=dist(a,b);
```

Переменной **dab** будет присвоено правильное значение расстояния.

Ниже приведен текст файла **dist.m**, содержащий полное описание функции и выполняющих ее команд:

```
% Файл dist.m
% Вычисляет расстояние между 2 точками
% в 3-мерном пространстве
% Вызов d=dist(a,b)
% Вход: a,b – векторы с координатами точек
% Выход: d – расстояние между точками
function d=dist(a,b)
d1=b-a;
d2=d1*d1';
d=sqrt(d2);
```

Все комментарии, находящиеся НАД описанием функции, являются справкой по данной функции и могут быть выведены на экран при помощи команды

```
>> help dist
```

Исправления любых ошибок в М-файле можно проводить как с помощью Блокнота, так и с помощью команды меню MATLAB File->Open.

М-файлы, являющиеся функциями, могут использовать различные переменные, которые будут являться внутренними. Это помогает уменьшить путаницу с другими вычислениями и переменными, используемыми непосредственно в командной строке MATLAB и в прочих М-файлах.

Команда

```
>> clear
```

удаляет все ранее определенные переменные.

Упражнения

1. Найти сумму первых четырех членов последовательности

$$\frac{1}{2\cdot 3}, \frac{2}{3\cdot 4}, \frac{3}{4\cdot 5}, \ldots$$

2. Определить вектор t со значениями компонент, равномерно расположенными с шигом 0.2 между 0 и 6 включительно. Использовать его для того, чтобы нарисовать кривые

$$f(t) = \sin(\pi t)$$

и

$$g(t) = e^{-t}\sin(\pi t)$$

на одном графике, изобразив первую зеленым, а вторую – желтым цветом. График построить с сеткой.

3. Создать М-файл, в котором определяется длина каждой из сторон треугольника ABC. Координаты векторов должны передаваться в файл извне.

Операторы ветвления

Оператор ветвления

Синтаксис оператора следующий:

```
if условие операторы;
end
```

Если заданное условие истинно, инструкции выполняются, если условие является ложным, инструкции не выполняются, и программа переходит к выполнению команд, расположенных после слова `end`.

В общем случае синтаксис имеет следующий вид:

```
if условие1
   операторы1;
elseif условие2
   операторы2;
elseif условие3
   операторы3;
. . .
else
   операторы;
end
```

В такой конструкции может быть много ветвей с ключевым словом **`elseif`**. При этом, если справедливо **`условие1`**, выполнятся **`операторы1`**, **`условие2`** – **`операторы2`**, и т.д. Если все эти условия окажутся ложными, то выполняются команды, стоящие после слова **`else`**.

Оператор переключения

Синтаксис:

```
switch выражение
   case значение1
        операторы1
   case {значение2, значение3,...}
        операторы_i
   . . .
   otherwise
      операторы;
end
```

Сначала вычисляется значение выражения (скалярное числовое значение либо строка символов), затем это значение сравнивается со **значением1, значением2**, и т.д. Если найдено совпадение, выполняются соответствующие инструкции. Если не найдено ни одного совпадения, выполняются операторы, расположенные между **otherwise** и **end**.

Если выполнена одна из ветвей, то остальные выполняться не будут, т.е. не требуется написание оператора **break**.

Управляющие структуры

Цикл for

Синтаксис:

```
for variable=n_beg:step:n_end
   операторы;
end
```

- **variable** – некоторая переменная;
- **n_beg** – начальное значение переменной;
- **n_end** – конечное значение переменной;
- **step** – шаг.

Цикл завершается, как только **variable>n_end**.

Цикл while

Синтаксис:

```
while условие
   операторы;
end
```

Цикл выполняется до тех пор, пока истинно указанное условие. Под условием понимается любое распознаваемое MATLAB выражение, которое может включать операции сравнения и логические операции.

Для задания условия выполнения цикла **`while`** могут использоваться любые допустимые в Matlab операторы отношения, а также логические операторы.

Операция	*Описание*
==	Равно
~=	Не равно
<,>,<=,>=	Операции сравнения
&	Логическое «И»
|	Логическое «ИЛИ»
~	Логическое «НЕ»

В случае, когда можно использовать поэлементные операции, лучше использовать их, т.к. они выполняются быстрее и эффективнее.

ПОЛОЖЕНИЕ О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПРАКТИКЕ

С целью закрепления теоретического материала на практических занятиях для студентов специальностей 080601 (061700) – «Статистика» и 080116 (061800) – «Математические методы в экономике» в четвертом семестре предусмотрено проведение вычислительной практики в течение двух недель после окончания сессии. Такая практика способствует развитию навыков самостоятельной работы в области алгоритмизации и математического моделирования, использования пакетов прикладных программ для решения конкретных задач из различных предметных областей. Программа практики ориентируется на знания, полученные студентами в результате изучения дисциплин: «Информатика», «Алгоритмизация и языки программирования», «Численные методы».

Цели вычислительной практики:

- закрепление, углубление и расширение основных понятий и определений вычислительной математики;
- практическое решение как типичных задач вычислительной математики, требующих небольшого объема вычислений, так и достаточно сложных в вычислительном отношении задач, которые могут быть проведены с помощью пакетов прикладных программ.

При таких требованиях у студентов имеется возможность изучить теорию основных вычислительных алгоритмов и реально убедиться в их действенных возможностях и свойствах на примере численного решения типичных модельных и прикладных задач.

Работая с конкретными задачами, студент углубляет знания в области теории вычислительных алгоритмов, имеет возможность убедиться в действенных возможностях и свойствах конкретных алгоритмов на примере численного решения типичных модельных и прикладных задач. Практическое проведение всего технологического цикла решения задачи, от составления и записи алгоритма до получения конкретного результата, служит хорошей базой для успешного изучения ряда последующих специальных дисциплин.

Во время ***вычислительной практики*** студент выполняет набор заданий, охватывающих следующие разделы курса «Численные методы»:

- элементарная теория погрешностей;
- интерполяция функций;
- решение нелинейных уравнений;
- решение систем линейных и нелинейных уравнений;
- нахождение собственных чисел матрицы;
- решение дифференциальных уравнений.

Каждое задание состоит из двух задач. Решение первой задачи выполняется без применения прикладных математических программ и имеет целью закрепление навыков пошаговой прокрутки алгоритма (разрешается использование таблиц

MS Excel и калькулятора). Вторая задача решается с использованием среды MATLAB.

В качестве заданий, выполняемых во время прохождения практики, преподавателем могут быть предложены как типовые, так и не типовые задачи, требующие численного решения.

Практика проводится в компьютерном классе кафедры. Руководителем является преподаватель кафедры. В течение всего периода практики руководитель практики проводит по необходимости консультации. По согласованию с руководителем практики студент может проходить вычислительную практику в других подразделениях вуза или организациях.

По завершению вычислительной практики студент предоставляет на кафедру отчет, который должен содержать постановки и решения всех предложенных задач. Отчет должен быть оформлен в соответствии с ГОСТом по типовым правилам составления отчетов, принятым в вузе. Отчет выполняется в редакторе MS Word, формулы набираются с помощью Equation Editor или Math Type. Отчет предоставляется руководителю практики не позднее последнего дня ее проведения. Руководитель практики выставляет оценку. Если в том есть необходимость, проводится защита отчета.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воробьева, Г.Н. Практикум по вычислительной математике: Учеб. пособие для техникумов. – 2-е изд., перераб. и доп. / Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208 с.: ил.

2. Сборник задач по методам вычислений: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / под ред. П.И. Монастырского.– М.: Физматлит, 1994. – 320 с.

3. Курбатова, Е.А. MATLAB 7. Самоучитель / Е.А. Курбатова. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 256 с.: ил.